EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
MATRICES.

2008

1. a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$ calcule el valor de a para que A^2 sea la matriz nula.

   b) Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ calcule la matriz $(M^{-1} \cdot M^t)^2$

2. b) Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

3. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

   a) Calcule los valores de a y b para que $A \cdot B = B \cdot A$

   b) Para $a = 1$ y $b = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot B - A = I_2$

4. a) Dadas las matrices $F = (2 \quad -1 \quad 3)$ y $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ calcule los productos $C \cdot F$ y $F \cdot C$

   b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ calcule la matriz X que verifique la ecuación $X \cdot A^{-1} - B = C$

5. a) Halle la matriz X que verifica la ecuación $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (3 \quad 4)$

   b) Determine los valores de x e y que cumplen la igualdad

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

6. Sean A y B las matrices siguientes: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

   a) Calcule $(A + B) \cdot (A - B)$

   b) Determine la matriz X, cuadrada de orden 2, en la ecuación matricial $(A + 2B) \cdot X = 3I_2$

2007

7. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

   a) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2 = A$.

   b) Igualmente para que $B + C = A^{-1}$.

   c) Determine x para que $A + B + C = 3 \cdot I_2$.

8. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

   a) Determine la matriz inversa de A.

9. a) Sea la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ Calcule el valor de b para que $B^2 = I_2$

10. b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B^t = B$, donde X es una matriz cuadrada de orden 2.

11. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$
a) Calcule $B \cdot B^t - A \cdot A^t$
b) Halle la matriz X que verifica $(A \cdot A^t) \cdot X = B$

2006

12. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
a) Calcule $A^{-1} \cdot (2B + 3I_2)$.
b) Determine la matriz X para que $X \cdot A = A + I_2$.

13. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
a) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2 = A$.
b) Igualmente para que $A - I_2 = B^{-1}$.
c) Determine x para que $A \cdot B = I_2$.

14. a) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ Calcule $A^{-1} \cdot (B - A^t)$.

15. a) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = (1 \quad -1)$.
Explique qué dimensión debe tener la matriz X para que tenga sentido la ecuación Matricial $X \cdot A + 2B = (1 \quad 0)$. Resuelva dicha ecuación.

2005

16. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.
a) Calcule la matriz $C = B \cdot A - A^t \cdot B^t$.
b) Halle la matriz X que verifique $A \cdot B \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

17. a) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar: $A + B$; $A^t + B$; $A \cdot B$; $A \cdot B^t$

18. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$.
a) Determine el valor de x en la matriz B para que se verifique la igualdad $A \cdot B = B \cdot A$.

b) Obtenga la matriz C tal que $A^t \cdot C = I_2$

19. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule, si existe, la matriz inversa de B.
b) Si $A \cdot B = B \cdot A$ y $A + A^t = 3 \cdot I_2$, calcule x e y.

2004

20. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $(A - I_2) \cdot B$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2.
b) Obtenga la matriz B^t y calcule, si es posible $B^t \cdot A$.
c) Calcule la matriz X que verifica $A \cdot X + B = C$.

21. De una matriz A se sabe que su segunda fila es $\begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}$ y su segunda columna es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Halle los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

22. b) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, halle A^{2004}.

23. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule la matriz P que verifica $B \cdot P - A = C^t$ (C^t indica traspuesta de C)
b) Determine la dimensión de la matriz M para que pueda efectuarse el producto $A \cdot M \cdot C$.
c) Determine la dimensión de la matriz N para que $C^t \cdot N$ sea una matriz cuadrada.

2003

24. b) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Calcule $(A^t \cdot B - 2I_2)^{-1}$; I_2 es la matriz unidad de orden 2 y A^t la traspuesta de A).

25. Sean las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz $A = M \cdot M^t - 5M$; (M^t indica la traspuesta de M)
b) Calcule la matriz $B = M^{-1}$ y resuelva la ecuación
$N + X \cdot M = M \cdot B$, donde X es una matriz 2×2.

26. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x+2 \end{pmatrix}$

a) Halle los valores de x para los que se verifica $A^2 = 2A$.

b) Para $x = -1$, halle A^{-1}. Compruebe el resultado calculando $A \cdot A^{-1}$.

27.

b) Resuelva la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2+x & x \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$

28. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & m \\ 1-m & m+1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.

b) Haciendo $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X \cdot A = I_2$ donde I_2 es la matriz unidad de orden 2 y X es una matriz cuadrada de orden 2.

29. b) Determine la matriz X de orden 2, que verifica la igualdad

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

<u>2002</u>

30. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \mathrm{m} & -6 \\ 1 & 1 & -\mathrm{m} \end{pmatrix}$

a) Determine para qué valores del parámetro m existe A^{-1}

b) Calcule A^{-1} para $m = 2$

31.

b) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, determine, si existe, la matriz X que verifique $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

32. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Realice, cuando sea posible, los siguientes productos de matrices: $A \cdot B,\ B \cdot C,\ C \cdot A$.

b) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B = C$

33. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.

b) Haciendo $m = 4$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2001

34.

b) Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, razone si posee solución la ecuación matricial $A \cdot X = B$ y, en caso afirmativo, resuélvala.

35.

Resuelva la siguiente ecuación matricial: $A \cdot X - 2B = C$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

36. a) Determine los valores de x e y que hacen cierta la siguiente igualdad:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

b) Determine la matriz X de orden 2, que verifica la igualdad

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

37.

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & x & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de x para los que no existe la inversa de A.

b) Para $x = 3$, calcule, si es posible, A^{-1}